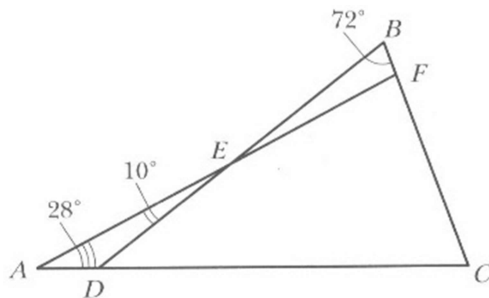


Математическая вертикаль, 7 класс (30 марта 2020)

Задания карусели

- Петя в примере на умножение заменил некоторые три разные цифры буквами. Получилось $3 \cdot 1XY = Z36$. Какое число при такой же замене превратится в XYZ ?
- Сколько градусов составляет величина угла C треугольника ABC , если выполнено указанное на чертеже?



- Есть только 7 разноцветных коржей: красный, оранжевый, желтый, зеленый, шоколадный, синий, фиолетовый. Торт состоит из коржей, идущих в каком-то порядке. Сколькими способами можно составить семислойный торт, если красный корж может лежать только вторым или четвертым сверху?
- По дереву со скоростью 60 см/ч ползёт ряд букашек, расстояние от первой букашки до последней равно 300 см. Проползая мимо единственного съедобного листочка на всей ветке, каждая букашка кусает его и далее ползет со скоростью 40 см/ч. Сколько см будет длина ряда букашек после того, как от листочка откусит последняя букашка?
- В записи натурального числа N есть каждая из цифр 1, 2, 3, 4, 8. Какое наименьшее число N делится на каждую из своих цифр?
- Олег и Иван разделили поровну мешок мелков для рисования. Каждым мелком были полностью разрисованы 2 или 3 стены. Олег разрисовал 57 стен, Иван — 83 стены. Сколько мелков могло быть в мешке?
- Известно, что $x^2 - xy - 4x + 4y = 17$. Чему равен x , если x больше, чем y , на 1?
- Выписали в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2020. Какая первая цифра у второго записанного числа?

- Фермер выращивает поросят. Подрастив 5 поросят, он замерил вес (в кг) каждой пары. Получились все целые числа от 110 до 121, кроме 111 и 119. Сколько кг весит самый тяжелый поросёнок?
- Сколько натуральных чисел X от 1 до 1234567891011, для которых неверно хотя бы одно из утверждений « $19X$ — квадрат натурального числа», « $20X$ — куб натурального числа», « $21X$ — четвертая степень натурального числа»?
- Известно, что $(y - z)/z = 13$. Чему равно $\frac{16z + 2y}{11z/2}$?
- Сколько существует треугольников, среди которых нет равных, у каждого из которых длины двух сторон равны 3 и 4, а длина третьей стороны — целое число?
- Число 2021 представили в виде суммы N натуральных слагаемых. Каждое из них — составное число. При каком наибольшем N такое возможно?
- В некотором кружке занимаются и мальчики, и девочки. Мальчики составляют более 85% всех участников. Какое наименьшее число участников может быть в этом кружке?
- Моторная лодка прошла по течению 120 км за время t . За то же время t она прошла бы против течения только 50 км. Сколько км составляет расстояние, которое проплывёт плот за время t ?
- Петя записал на доске несколько одночленов с положительными коэффициентами. Оказалось, что их сумма равна $6x^2 + 33xy$, а произведение равно $x^{11}y^5$. Сколько одночленов записал Петя?
- В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) на стороне AC отмечены точки K и L ($AK < AL$). Оказалось, что $KL = BL$ и $\angle ABK = \angle LBC$. Сколько градусов составляет величина угла ABL ?
- Вася загадал три последовательных натуральных числа. Затем из квадрата большего из них он вычел произведение остальных двух чисел. Получилось 202. Укажите меньшее из загаданных чисел.

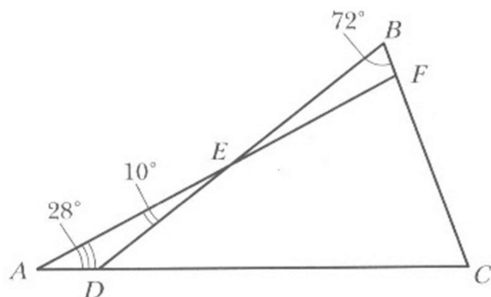
Математическая вертикаль, 7 класс (30 марта 2020)

Задания карусели. Ответы и указания

1. Петя в примере на умножение заменил некоторые три разные цифры буквами. Получилось $3 \cdot 1XY = Z36$. Какое число при такой же замене превратится в XYZ ?

Ответ: 123.

2. Сколько градусов составляет величина угла C треугольника ABC , если выполнено указанное на чертеже?



Ответ: 70.

3. Есть только 7 разноцветных коржей: красный, оранжевый, желтый, зеленый, шоколадный, синий, фиолетовый. Торт состоит из коржей, идущих в каком-то порядке. Сколькими способами можно составить семислойный торт, если красный корж может лежать только вторым или четвертым сверху?

Ответ: 1440.

Указание. Положение красного коржа можно выбрать 2 способами, остальных — 6, 5, 4, 3, 2 и 1 способом. Всего $2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 6! = 1440$ способов.

4. По дереву со скоростью 60 см/ч ползёт ряд букашек, расстояние от первой букашки до последней равно 300 см. Проползая мимо единственного съедобного листочка на всей ветке, каждая букашка кусает его и далее ползет со скоростью 40 см/ч. Сколько см будет длина ряда букашек после того, как от листочка откусит последняя букашка?

Ответ: 200.

5. В записи натурального числа N есть каждая из цифр 1, 2, 3, 4, 8. Какое наименьшее число N делится на каждую из своих цифр?

Ответ: 12384.

6. Олег и Иван разделили поровну мешок мелков для рисования. Каждым мелком были полностью разрисованы 2 или 3 стены. Олег разрисовал 57 стен, Иван — 83 стены. Сколько мелков могло быть в мешке?

Ответ: 56.

Указание. У Олега было не более $[57 : 2] = 28$ мелков. У Ивана было не менее $[83 : 3] + 1 = 28$ мелков. Значит, у них было по 28 мелков, всего в мешке 56 штук.

7. Известно, что $x^2 - xy - 4x + 4y = 17$. Чему равен x , если x больше, чем y , на 1?

Ответ: 21.

Указание: $x^2 - xy - 4x + 4y = 17 \Leftrightarrow (x - 4)(x - y) = 17$.

8. Выписали в порядке возрастания все натуральные числа с суммой цифр 2020. Какая первая цифра у второго записанного числа?

Ответ: 5.

Указание. Наименьшее число — 499...99, следующее — 5899...99.

9. Фермер выращивает поросят. Подрастив 5 поросят, он замерил вес (в кг) каждой пары. Получились все целые числа от 110 до 121, кроме 111 и 119. Сколько кг весит самый тяжелый поросёнок?

Ответ: 62.

Указание. Парные суммы 5 чисел равны 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 120 и 121. Пронумеруем поросят по возрастанию массы.

Общая масса в 4 раза больше суммы парных масс, она равна 289. Два самых лёгких (1-ый и 2-ой) весят 110. Два самых тяжелых (4-ый и 5-ый) весят 121. Значит, 3-ий поросенок весит $289 - 110 - 121 = 58$.

Заметим, 120 весят 3-ий и 5-ый. Значит, 5-ый весит $120 - 58 = 62$.

10. Сколько натуральных чисел X от 1 до 1234567891011, для которых неверно хотя бы одно из утверждений « $19X$ — квадрат натурального числа», « $20X$ — куб натурального числа», « $21X$ — четвертая степень натурального числа»?

Ответ: 1234567891011.

Указание. Число должно быть не только кратно 19, $2 \cdot 5^2$ и 21^3 , но и степеням этих чисел.

11. Известно, что $(y - z)/z = 13$. Чему равно

$$\frac{16z + 2y}{11z/2} ?$$



Ответ: 8

12. Сколько существует треугольников, среди которых нет равных, у каждого из которых длины двух сторон равны 3 и 4, а длина третьей стороны — целое число?

Ответ: 5.

Указание. Длина третьей стороны более 1, но менее 7, то есть может быть 2, 3, 4, 5 или 6 — всего 5 возможных значений.

13. Число 2021 представили в виде суммы N натуральных слагаемых. Каждое из них — составное число. При каком наибольшем N такое возможно?

Ответ: 504.

14. В некотором кружке занимаются и мальчики, и девочки. Мальчики составляют более 85% всех участников. Какое наименьшее число участников может быть в этом кружке?

Ответ: 7.

15. Моторная лодка прошла по течению 120 км за время t . За то же время t она прошла бы против течения только 50 км. Сколько км составляет расстояние, которое проплывёт плот за время t ?

Ответ: 35

16. Петя записал на доске несколько одночленов с положительными коэффициентами. Оказалось, что их сумма равна $6x^2 + 33xy$, а произведение равно $x^{11}y^5$. Сколько одночленов записал Петя?

Ответ: 8

Указание. Подходят, например, четыре одночлена $xy/4$, один $32xy$, и три $2x^2$.

17. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) на стороне AC отмечены точки K и L ($AK < AL$). Оказалось, что $KL = BL$ и $\angle ABK = \angle LBC$. Сколько градусов составляет величина угла ABL ?

Ответ: 60.

18. Вася загадал три последовательных натуральных числа. Затем из квадрата большего из них он вычел произведение остальных двух чисел. Получилось 202. Укажите меньшее из загаданных чисел.

Ответ: 66